

siste in ogni punto fra i raggi stessi. Reciprocamente, se si ammette fra R_1 ed R_2 una relazione determinata., eliminandone queste due quantità col mezzo delle formole precedenti, si ottiene un'equazione alle derivate del prim'ordine fra p_x e la funzione incognita ϕ , integrando la quale si perviene ad assegnare la forma della funzione ϕ (J?), ossia la relazione che deve sussistere fra i due raggi principali di curvatura di una superficie affinché una delle sue evolute sia applicabile sopra una classe di superficie di rivoluzione caratterizzata dalla prescritta relazione fra R_1 ed R_2 ; colla condizione però che le linee geodetiche luoghi dei centri di curvatura sulle evolute stesse si dispongano secondo i meridiani di quest'ultima superficie *).

Per dare un esempio di questi due processi, ne faremo l'applicazione alla ricerca delle evolute e delle evolventi delle superficie di curvatura costante.

Incominciando dalla prima quistione, poniamo

intendendo per k una quantità positiva. In questo caso si ha

$$\cos(\theta) = \frac{f}{\sqrt{1 + f'^2}} \quad \text{e} \quad \frac{1}{\rho} = \frac{f''}{1 + f'^2}$$

quind

i da

cui

$$\rho_1 = \frac{1}{k} \quad \text{e} \quad \rho_2 = \frac{1}{k}$$

dove e è una costante arbitraria, che supponiamo positiva. Dall'attuale valore di θ si cava

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\rho_1 \rho_2}$$

e siccome il primo membro esprime il coseno dell'angolo che la normale alla superficie (2) fa coll'asse di rotazione, così si deve avere

ossia

*) Questa restrizione è imposta dalle circostanze nelle quali si verifica il teorema del sig. WEINGARTEN. Ma da questo stesso teorema emerge che quando questa restrizione vien tolta, non ha più luogo in generale la proprietà che i due raggi principali della superficie evolvente sieno funzioni l'uno dell'altro.